# Wie kam Helmholtz auf die Musik? [1]

H.G. Dosch
Institut für Theoretische Physik, Universität Heidelberg

mit Klaviermusik von J.-Ph. Rameau

Meine Damen und Herren, ich begrüsse Sie und freue mich sehr, im Rahmen der Bienale über Helmholtz und die Musik zu sprechen.

Ich versuche einige, m.E. springende Punkte aus der seiner LEHRE VON DEN TONEMPFINDUNGEN vorzustellen und möchte gleich zu Beginn darauf hinweisen dass Helmholtz keinesfalls eine physiologische Grundlage für DIE Musik, sondern für die GESETZE der Musik geben wollte.

Wenn Sie den Eindruck bekommen, ich vereinfache die Zusammenhänge zu sehr, so stimme ich Ihnen voll zu und versichere, dass es leichter gewesen wäre, das Thema in 5 Stunden statt in 60 Minuten zu behandeln. Also, seien Sie auf das Schlimmste gefasst.

Auf eines müssen Sie allerdings nicht gefasst sein, nämlich dass ICH das Stück von Rameau spielen werde. Dies wird ein etablierter Pianist, Herr Reichow tuen, der sich auch freundlicherweise bereit erklärt hat, die Klangbeispiele am Flügel während des Vortrags zu spielen.

Nach der Vortrag können Sie natürlich hier Kritik äussern oder Fragen stellen; ich werde diesen Vortrag auch auf meine homepage stellen.

Herrmann Helmholtz wuchs in einer musikalischen Familie auf. Als er als 18-jähriger Medzinstudent von Potsdam nach Berlin kam, schrieb er schon kurz nach seiner Ankunft an seine Eltern [2]

> "Was Ihr fürchtet, dass ich die Musik werde liegen lassen, glaube ich wird dadurch verhindert, dass .....ich immer weit mehr Vergnügen an der Musik habe, wenn ich sie selbst ausführe ... Die Zeit, welche mir bei Tage übrig bleibt, verwende ich zur Musik, bisher war es an den schlimmsten Tagen im Ganzen doch ziemlich eine Stunde, Freitag, Sonnabend und Sonntag ist dann mehr Zeit. . . . ...Des Abends habe ich Goethe gelesen und Byron",

[1] Vortrag vom 7. Februar 2025 im Ramen der 3. Biennale für Neue Musik der Metropolregion Rhein-Neckar *Hören mit Helmholtz*, grosser Hörsaal des alten Physikalischen Instituts, Heidelberg, Philosophenweg 16

[2] Die meisten biographischen Eizelheiten stammen aus der 3-bändigen Biographie seines Kollegen aus der Mathematik: L. Königsberger;HERRMANN VON HELMHOLTZ 1902

und dann kommt eine, für einen Medizinstudenten nicht gerade selbstverständliche Bemerkung:
“zur Abwechslung auch Integralrechnung getrieben.”
und dabei ist nicht gemeint, dass er einfache Integrale ausgerechnet hat, sondern dass er sich mit den neusten Entwicklungen der Integralsätze beschäftigte

In seinem Studium hatte Helmholtz das grosse Glück, mit einen genialen Doktorvater zu finden: **Johannes Müller, der Begründer der Sinnesphysiologie**. Gegen Ende seines Lebens bemerkt er:

> “Wer einmal mit einem oder einigen Männern ersten Ranges in Berührung gekommen ist, dessen geistiger Masstab ist für das Leben verändert, zugleich ist solche Berührung das Interessanteste, was das Leben bieten kann“.

Jeder, der das gleiche Glück hatte, kann dem nur zustimmen.

Da er ein Stipendium erhalten hatte, musste Helmholtz nach seinem Studium ab 1843 als Militärarzt dienen.

Glücklicherweise lies ihm dieser Dienst genügend Zeit für seine übrigen Interessen, z. B.

1)dem Studium der Mathematischen Schriften in der Originalliteratur

2) anregendem Verkehr im Hause des Berliner Physikprofessors Magnus.

Das regte ihm zu seiner ersten berühmten wissenschaftlichen Arbeit an “*Ueber die Erhaltung der Kraft*[3]” (heute würde man sagen Erhaltung der Energie), Sie macht ihn, zusammen mit John Prescot Joule und Robert Mayer zum Mitentdecker des Prinzips von der Erhaltung der Energie. Sie wurde allerdings in der damals angesehensten deutschsprachigen Wissenschaftszeitschrift nicht zum Druck angenommen, da man die erhaltene Kraft begrifflich als zu nahe bei der “Lebenskraft” der Naturphilosophie sah.

Auf Anregung von Johann Müller konnte Alexander von Humboldt bewirken, dass Helmholtz vorzeitig vom Militärdienst befreit wurde und er 1849 den Ruf auf eine Professur der Physiologie in Königsberg annehmen konnte.

Schnell (1851) wurde er auch in Medizinerkreisen bekannt, nämlich durch seine Erfindung des Augenspiegels. Damit konnten zum ersten mal Ärzte in das Innere des Auges direkt auf die Retina sehen. Wie er selbst sagte, ist das Prinzip sehr einfach, aber man musste genügend Verständnis für die Physik und für den Aufbau des Auges haben, um dieses Verständnis kreativ umsetzen zu können und um etwas vollständig Neues zu schaffen.

1855 siedelte er von Königsberg nach Bonn um, ebenfalls auf eine Professur für Physiologie und dort veröffentlichte er vielleicht seine bedeutendste, sicher seine originellste Arbeit:

[3]Eine physikalische Abhandlung, vorgetragen in der Sitzung der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 23 juli, 1847

*Uber die Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen* .[4]

Sie ist auch heute noch eine Grundlage der theoretischen Strömungslehre und etwa entscheiden für die Berechnung von Luftwiderständen von Objekten wie Autos und Flugzeugen.

So wundert es nicht, dass das Grossherzogtum Baden Helmholtz eine sehr gut dotierte Professur anbot, und dass er 1958 als Professor für Physiologie nach Heidelberg übersiedelte. Nur wenige Universitäten in der ganzen Welt konnten dem Heidelberger Dreigestirn: Bunsen(Chemie), Kirchhoff (Physik) und Helmholtz (Physiologie) Vergleichbares entgegensetzen.

In Heidelberg veröffentlichte er 1860 eine eine weitere wichtige Arbeit der mathematischen Physik[5] *Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden*

Diese Arbeit, ist wieder typisch für seine besondere Begabung: Sie beruht nicht so sehr auf der Schaffung neuer Konzepte als auf einer, man kann schon sagen genialen, Kombination bekannter Prinzipien und Methoden; sie brachte ihn auch in den Olymp der mathematischen Physik: Nach ihm ist eine wichtiger Typ von Gleichungen als Helmholtz-Gleichung benannt.

Das Thema dieser Arbeit ist der physikalische Ausgangspunkt der weiteren Überlegungen zu unserem Thema und daher will ich kurz ihr hauptsächliches Ergebnis referieren:

Es war schon seit der Steinzeit[6] bekannt, dass durch Anblasen von Rören ein Ton entsteht und dass dessen Tonhöhe von der Länge des Rohres abhängt. Seit dem 17. Jh. weiss man, dass die Frequenz dieses Tones

$$f \approx \frac{c_{\text{Sch}}}{2L_R}$$

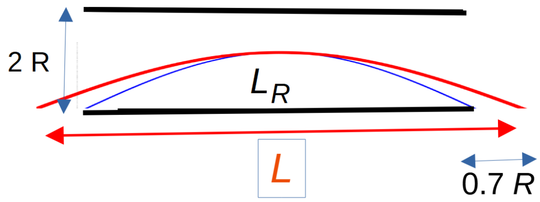
ist Hierbei ist $L_R$ die Länge des Rohres und $c_{\text{Sch}} \approx 330m/sec$ die Schallgeschwindigkeit.

Daniel Bernoulli und Euler hatten diese Beziehung unter der Annahme hergeleitet, dass der Druck der Luft an den Enden der Röhre genau gleich dem äusseren Luftdruck ist. Helmholtz konnte zeigen, dass diese Annahme nicht mit den physikalischen Grundgleichungen der Luftschwingungen vereinbar ist. Man findet aber stabile Lösungen, wenn man nicht die die genaue Länge des Rohres $L_R$ in diese Beziehung einsetzt, sondern eine korrigierte Länge $L = L_R + 2D \cdot R$, hierbei is $R$ der Innenradius des Rohres und D$\approx 0.7$ ist näherungsweise unabhängig von der Rohrlänge. Die Schwingung reicht also etwas über das Rohr hinaus.

[4]Journal für die reine und angewandte Mathematik (1858),Vol. 55, p. 25-55

[5]Journal fur die reine und angewandte Mathematik, Bd. 57, 1860

[6]Knochen- und Elfenbein-flöten aus Geissenklösterle ca 42.000 v Zw




Effektive Länge : $L = L_R + 2\,R\,D$, $D \sim 0.7$ unabhängig von $L$

Möglicherweise ist diese Beziehung zwischen Tonhöhe und Länge auch der Ursprung der Musiktheorie der Pythagoreer und der gesamten abendländischen Wissenschaft.

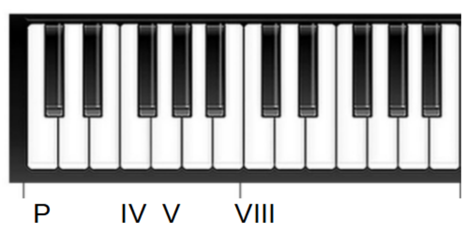
So kommen wir zum Beginn der abendländischen Theorie der Musik.

Über Pythagoras und seine Schule werden seit dem Altertum viele, z. T. widersinnige Legenden verbreitet, ich beziehe mich deshalb auf die älteste gesicherte Quelle, den bedeutenden Pythagoreer Philolaos, einen Zeitgenossen des Sokrates[7]

Wahrscheinlich (v.d. Waerden) :
Zahlen und Musik :
Länge der Pfeifen einer Panflöte.

Oktav: 2:1 Quint : 3:2 Quart: 4:3

Quart + Ganzton = Quint = 3 Ganztöne + 1 Halbton


Bei ihm steht ein entscheidendes Credo der ganzen Pythagoreischen Schule

> "Denn die Natur der Zahl spendet Erkenntnis und führt und lehrt für jegliches in jeglichem, das zweifelhaft und unbekannt ist".

Nach v.d.Waerden wurde vermutlich die Hochschätzung der Zahlen und deren Verhältnisse dadurch angeregt und bestätigt, dass die Längen der Pfeifen einer Panflöte, nach obiger Formel, in festen Zahlenverhältnissen zueinander stehen und insbesondere die Längenverhältnisse für die Pfeifen für die harmonischen Intervalle Oktav, Quint, und Quart ungefähr 2:1, 3:2, 4:3 sind. rakis", d. h. die Zahlen 1 bis 4.

Bei Phililaos steht: Quart + Ganzton = Quint = 3 Ganztöne + 1 Halbton Daraus wird die Pythagoreeische Tonleiter logisch aufgebaut aus dem: 1) Ganzton (*epogodoon*,

[7]Diels; Vorsokratiker, 8. Aufl. Nr, 42. Lax, Most; Le débuts de la philosophie,12. van der Waerden; Die Pythagoräer

9:8) der Unterschied zwischen Quint und Quart, 2) sowie der Halbton (*diesis*, 16:15) als Unterschied zwischen der Quint und 3 Ganztönen, und enthält 5 Ganztonschritte und 2 Halbtonschritte.

Zwar ist das Verhältnis 5:4 auch eine sogenannte *epimorische* Zahl wie 2:1, 3:2, 4:3 und hätte ins algebraische Zahlenbild der klassischen Antike gepasst, doch aus ideologischen Gründen akzeptierten die Pythagoräer nur die “heilge Tetrakis, d.h. die Zahlen 1 bis 4 für die Harmonien.

Doch im Laufe der Zeit verlor die Tetrakis ihre Heiligkeit und die Terz,mit dem Verhältnis 5:4, wurde seit der frühen Renaissance als Akkord akzeptiert und in die Tonleiter wie auch die Quart und Quint integriert. Deshalb zwei waren zwei Ganztöne nötig, der grosse,9:8 und der kleine, 10:9.

Die gleichschwebende Stimmung, bei der die Oktave in 12 Töne gleichmässig aufgeteilt wurde kam um 1580 auf (ziemlich gleichzeitig in Europa und in China) und setzte sich dann zumindest näherungsweise (als wohltemperiert) im Barock durch.Sie ist näher bei der der Pythagoräischen als die reine Stimmung, die Terz ist für feine Hörer etwas problematisch.

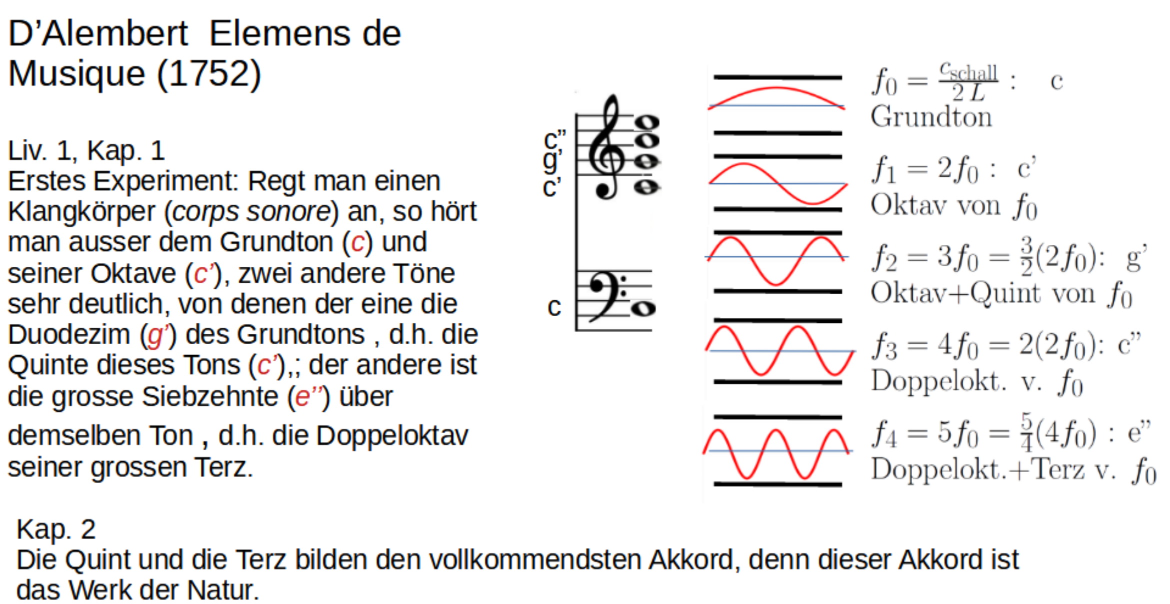
Verabsolutiert wurde die gleich-schwebende Stimmung dann durch die 12-Ton Musik im 20. Jh.

Die Entwicklung der Tonleitern spiegelt die Entwicklung der des Zahlbegriffs in der Mathematik von der Antike bis ins frühe 20. Jahrhundert wieder, die neuere Entwicklung seit dem 20. Jahrhundert, insbesondere seit Cantor, sollte meiner Meinung nach eine Herausforderung für die Komponisten sein.

Wir machen nun einen grossen Schritt von der Antike zur modernen Musiktheorie, die im 18. Jh. mit J P Rameau begann.


Hier sind die Väter der modernen Musiktheorie. Alle waren auch noch in weiteren Gebieten hochbedeutend: Rameau als Opern-Komponist, den z.B. Debussy sehr schätze, d'Alembert als einer der bedeutendsten Mathematiker und Physiker des ganzen 18.Jh, über Helmholtz haben wir ja bereits gesprochen.

Zunächst gehe ich kurz auf Rameau ein, wie er von d'Alembert sehr klar referiert wird:

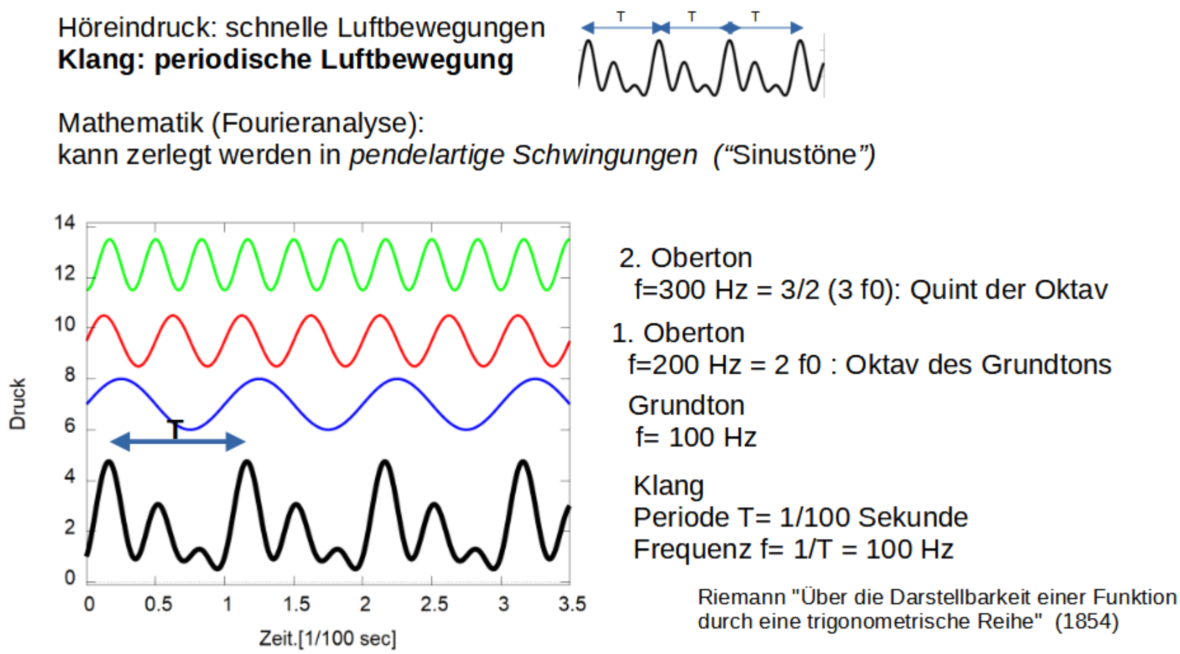



Warum dieser Akkord, wie im Titel angedeutet, ein Werk der Natur ist, lässt sich physikalisch mit Hilfe der Luftschwingungen in einer Pfeife oder auch mit den Schwingungen einer Saite begründen. Damit kommen wir zurück zur Formel $f = \frac{c_{\text{Schallgeschwindigkeit}}}{2L}$

Die bisher betrachtete Schwingung, die mit der Frequenz $f_0 = \frac{c_{Sch}}{2L}$ ist nur eine Lösung der Wellengleichung, der Grundton. Die nächste stabile Schwingung, die ebenfalls Null an den Enden ist, hat zwei solche Bögen, könnte also Grundschwing einer Röhre mit halber Länge sein, die Frequenz ist deshalb die doppelte: $f_1 = 2f_0$, der erste Oberton zu c, nämlich c'. Die nächstmöglich Schwingumg passt 3 mal in das Rohr und ist daher die Duodezim: $f_2 = 3f_0 = \frac{3}{2}(2f_0)$, d.h. g' etc. . Darum hört man, wenn man gute Ohren hat, bei den meisten Musikinstrumenten diese Obertöne auch noch neben dem Grundton.

Nun kommen wir zur Sinnesempfindung: Der Hörsinn wird durch schnelle Luftbewegungen aktiviert, und die allgemeine Definition eines **Klanges** ist: Der Höreindruck erregt von einer Luftbewegung, die sich mit einer festen Periode immer wiederholt. Die Periode T liegt zwischen 1/20 bis 1/10 000 Sekunde liegt, die Frequenz also zwischen 20 und 10 000.

Nun kommt auch noch die **Mathematik** ins Spiel: Sie lehrt uns, dass jede periodische Bewegung zerlegt werden kann in etwas, was Helmholtz: pendelartige Schwingungen nennt. Dies wurde erstmals von dem französischen Mathematiker Fourier 1822 untersucht und heisst daher Fourier-Zerlegung.



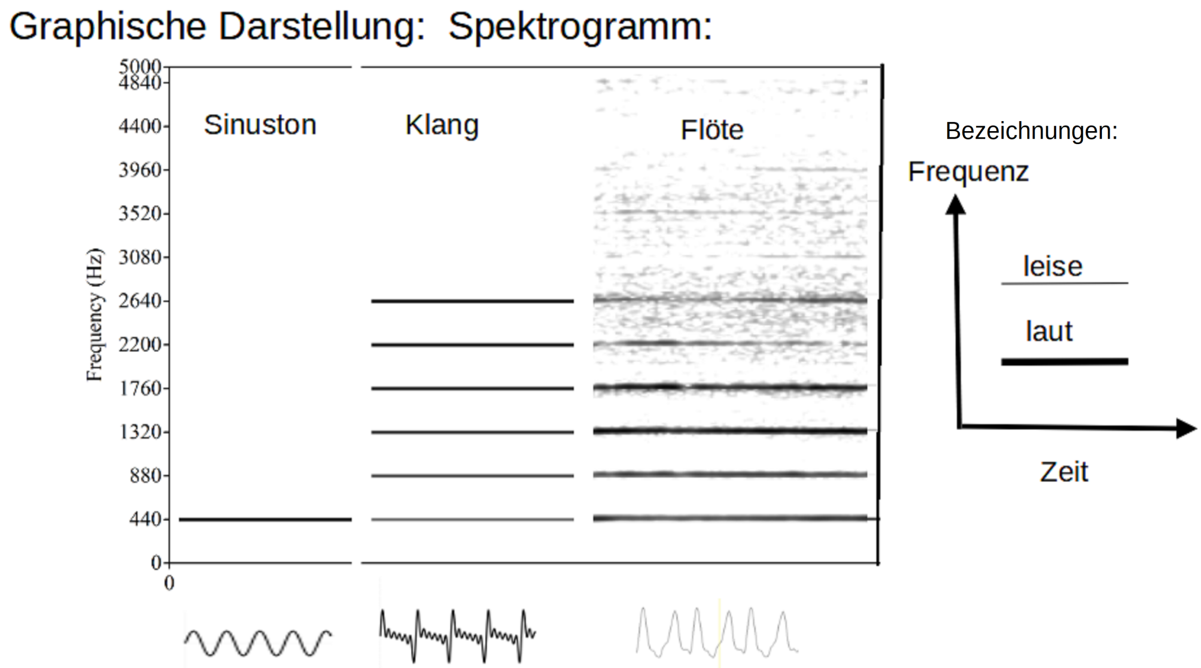

Die schwarze Kurve links ist die Summe der blauen, roten und grünen Kurve. Die Geschichte dieser Zerlegung, von d"Alembert, Daniel Bernoulli und Euler bis Fourier ist von einem der grössten Mathematiker, Bernhard Riemann[8], in seiner Habilitationsschrift sehr klar dargestellt.

Ich will im folgenden diese pendelartigen Schwingungen, sozusagen die "Atome" des

[8] Über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe (1854)

Klangs, Sinustöne nennen.

Ein Klang kann graphisch gut durch das Spektrogramm dargestellt werden, das wir im folgenden noch mehrmals benutzen werden. Die Ordinate (y-Wert) bezeichnet die Frequenz, auf der Abszisse (x-Achse) wird der zeitliche Verlauf dargestellt, die Stärke (Lautheit) des Teiltones wird durch die Schwärzung gekennzeichnet.




Ganz links ist das Spektrogramm eines Sinustons konstanter Lautstärke mit der Frequenz des Kammertons, f=440 Hz, dargestellt Daneben ein ebenfalls noch sehr synthetischer Klang, eine Überlagerung 6 von Sinustönen mit den Frequenzen $f_0$, $2\,f_0$, $3\,f_0$ generiert mit dem Computer und schliesslich das Spektrogramm eines realen Flötenklangs, bei dem die Komponenten verschieden stark sind.

Zusammenfassend:

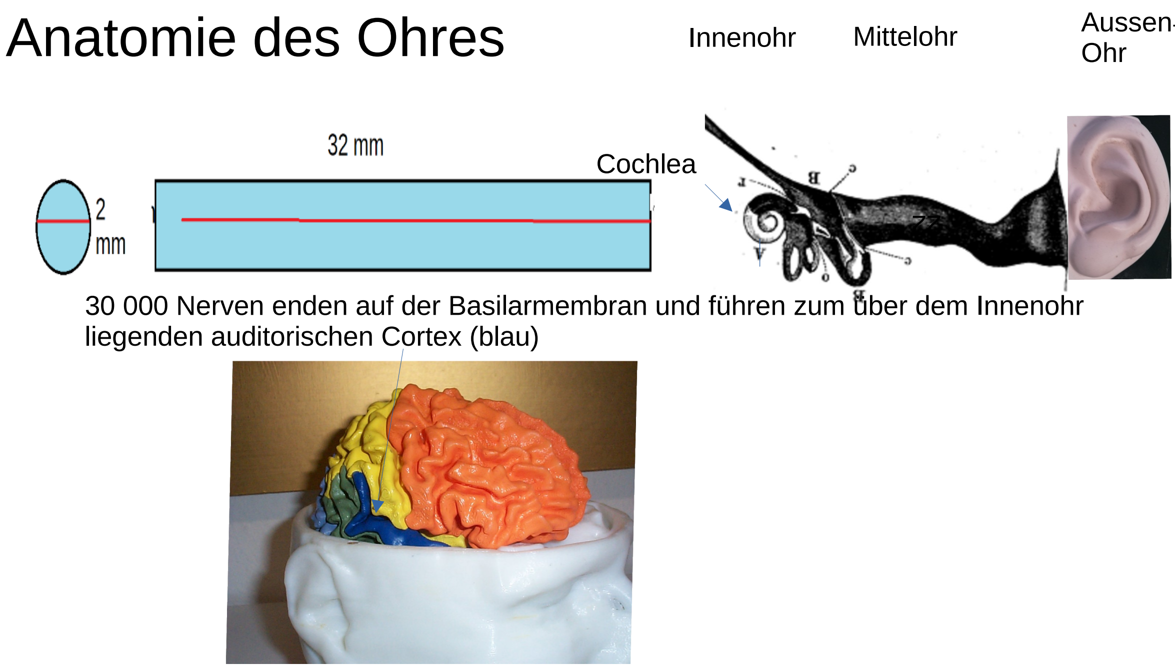
Das Auftreten von Obertönen als mögliche stabile Lösungen der Schwingungsgleichung, die auf d'Alembert zurückgeht, ist ein **physikalisch** erklärbarer Vorgang.

Die **Mathematik** lehrt uns, dass eine Fourier-Zerlegung möglich ist: Eine Zerlegung des Klanges in eine Summe von Sinustönen fester Frequenzen.

Die Beziehung zur **Physiologie** hat schliesslich ein Physiker hergestellt, der mehr für seine wichtigen Beiträge zur Elektrizität Lehre bekannt ist: G.S. Ohm. Etwas salopp ausgedrückt lautet das Ohm'sche Gesetz der Akustik: Das Ohr führt für jede Tonempfindung eine Fourier Zerlegung durch, d.h. bei Klängen eine Zerlegung in Obertöne, wenn auch diese meist nicht bewusst wahrgenommen werden.

Z.T angeregt durch die Ergebnisse von Johannes Müller zur Sinnephysiologie wurde auch die Anatomie der Sinnesorgane stark gefördert und brachte neue Ergebnisse, z. B. A Corti [9]

Helmholtz suchte nun nach einem physiologischen Mechanismus für diese Zerlegung und entwickelte die sogenannte Ortstheorie des Hörens. Ich schildere, ziemlich grob vereinfacht, den heutigen Stand des Wissens. Er stimmt in entscheidenden Punkten mit dem überein, was zu Helmholtz's Zeit bekannt war, vor allen den anatomischen Details der Ergebnisse von Alfonso Corti.

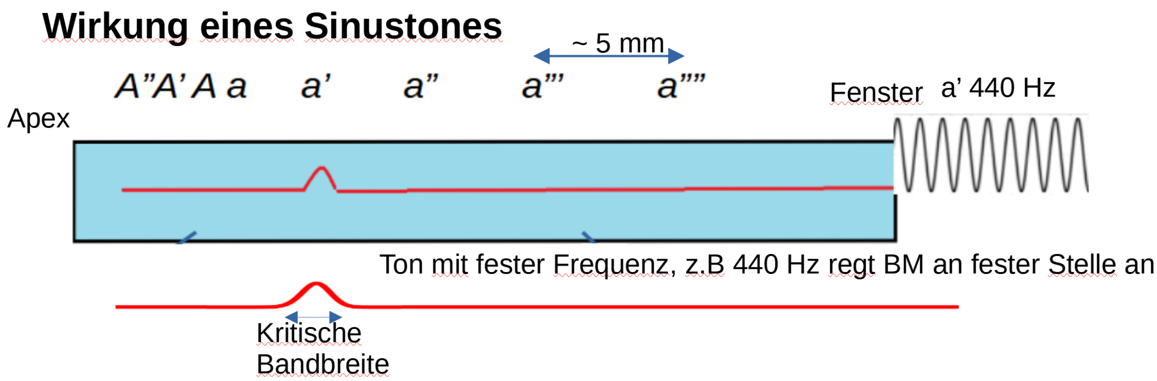



Die Luft-Schwingungen werden vom Aussenohr über das Mittelohr an das Innenohr geleitet. Der für das Hören entscheidende Teil des Innenohrs ist die Cochlea, eine schneckenförmig aufgerollte Röhre Hier ist sie auch in aufgerollter Form dargestellt. Sie ist etwa 35 mm lang und hat einen Durchmesser im mm-Bereich. Sie wird, wie hier angedeuted, geteilt durch die etwa 32 mm lange elastische Basilarmembran mit dem Corti'schen Organ. Auf diesem enden ca 30 000 Hörnerven, die sie mit dem auditorischen Cortex der Hirnrinde verbinden. Jedes Neuron des Hörcortex wird also mit Information von einer festen Stelle der Basilarmembran (BM) versorgt.

**Wirkung eines Sinustons** Das Innenohr ist so aufgebaut, dass bei der Erregung durch einen Sinuston mit fester Frequenz $f$ die Nerven, die an der BM enden, in einem einem festen, durch die Frequenz festgelegten Bereich angeregt werden. Die Breite des Bereiches heisst kritische Bandbreite und ist bestimmt durch das Material der BM. Die hohen Frequenzen regen die BM nahe am Fenster, die tiefen nahe dem Apex, dem Ende an,

[9] Recherches sur l'organe de l'ouïe des mammiferes (1851)

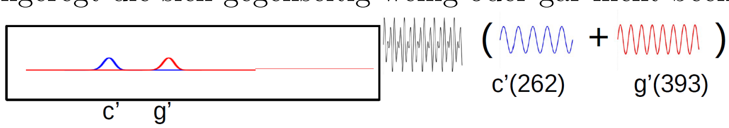
wie hier angedeutet. Helmholtz dachte die Anregung der Nerven geschehe durch kleine Resonatoren, seit den Messungen von Bekesy's weiss man, dass die Basilarmembran gerade an dieser Stelle schwingt, und zwar mit der Frequenz des anregenden Tones. Die Stärke der Nervenimpulse hängt ab von der Stärke der Schwingung der BM an dieser Stelle ab und wird hier durch die Höhe der Kurve dargestellt.




Im mittleren Bereich nimmt eine Oktav 5 mm ein, die kritische Bandbreite ist dort weniger als ein mm.

Wie weit noch andere Informationen als die über die Lage der Anregung übermittelt werden und welche Bedeutung diese Information hat ist Gegenstand der Forschung und noch immer nicht eindeutig geklärt. Ich werde mich im folgenden aber auf die reine Ortstheorie beschränken.

**Wirkung von 2 Sinustönen** A) Durch 2 Sinustöne mit weit auseinanderliegenden Frequenzen, z.B. Quint-Abstand, wird die BM zu Schwingungen an getrennten Stellen angeregt die sich gegenseitig wenig oder gar nicht beeinflussen.



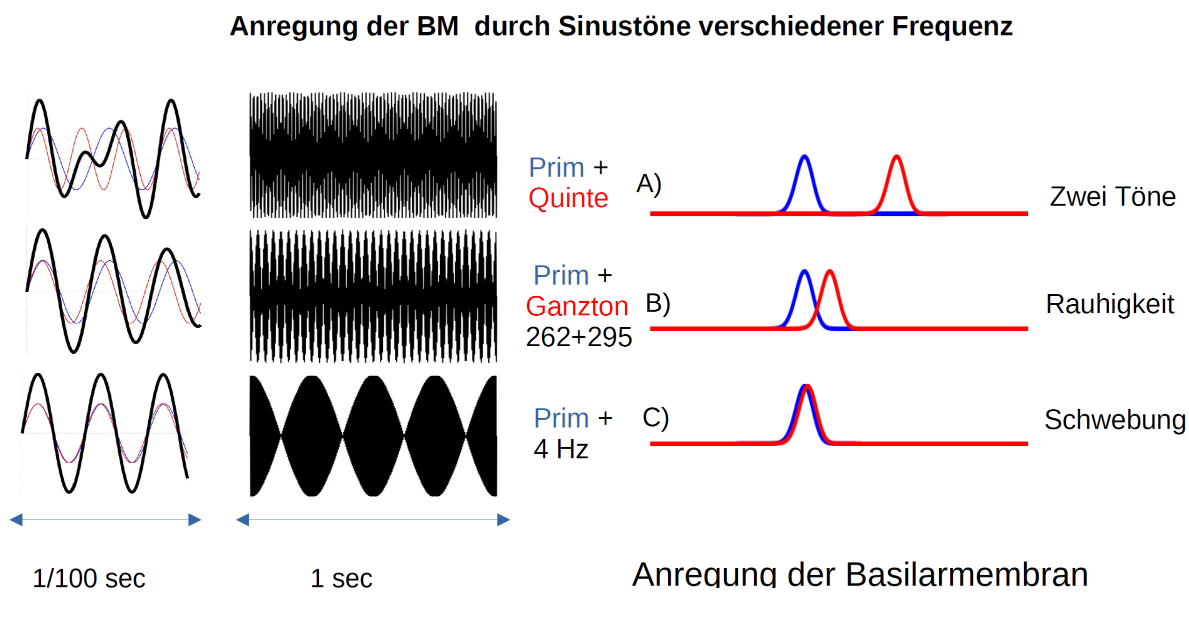

Man hört 2 getrennte Töne, hier c und g

B) Bei 2 Sinustönen die einen Ganzton auseinander liegen, z.B. bei 262 und 295 H liegt auf der BM eine Überlappung vor und die Intensität schwebt sehr schnell (33 mal/Sekunde), was als Rauhigkeit empfunden wird.

C) Bei 2 Sinustönen mit dicht beeinanderliegender Frequenz 262, 266 Hz. überlappen sich die Anregungen auf der BM fast vollständig. Das Kurzzeitverhalten, über 1/100 Sekunde, zeigt: Das Tongemisch ist praktisch nicht zu unterscheiden von einem reinen Ton. Beim Langzeitverhalten zeigt sich 4 mal in der Sekunde ein Intensitätswechsel.

Wahrgeommen wird der Sinuston c' mit ca 4 Schwebungen pro Sekunde

Die Verhältnisse sind hier zusammengefasst und graphisch dargestellt.

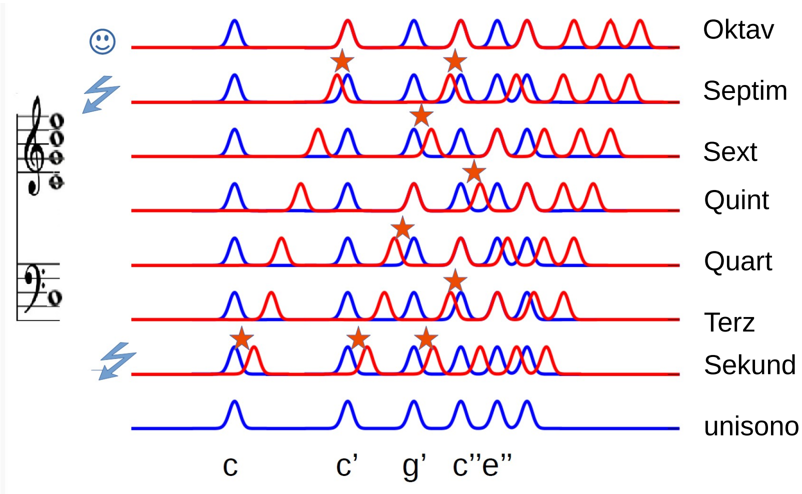



**Zusammenklang von Klängen,Konsonanz und Dissonanz** Betrachten wir nicht nur den Zusammenklang von Sinustönen, sondern von Klängen, so müssen wir auch noch die ganzen Obertöne berücksichtigen. Schon bei einem Klang mit fester Tonhöhe wird die BM an vielen Stellen angeregt, wie hier angedeutet.

Die wahrgenommene Tonhöhe wird beim Klang i. A bestimmt durch durch die Frequenz des Grundtons. Die Zusammensetzung der Obertöne bestimmt die Klangfarbe, wie zuerst von Helmholtz klar erkannt wurde.

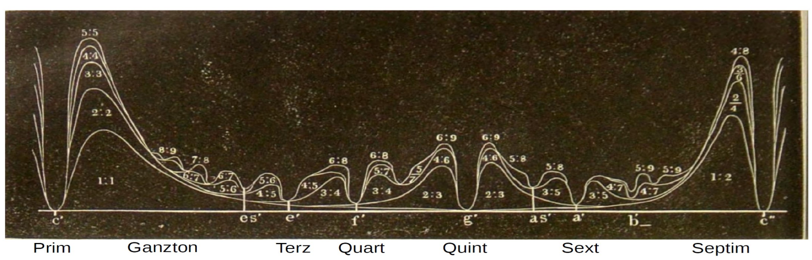
Die Reaktion der BM auf 2 verschiedene gleichzeitig ertönenede Klänge ist auf der nächsten Seite dargestellt, kritische Stellen mit "dissonanten" Überlappungen sind durch rote Sterne gekennzeichnet. Je näher der zweite Ton am Grundton ist, desto höher ist der Dissonanzgrad.

Der perfekte Akkord ist die Oktav, gefolgt von der Quint, dann kommen Sext, Quart und die Terzen. Sekund und Septim sind die grossen Dissonanzen, die Septim wegen der Überlappung des oberen Grundtons mit dem 1. Oberton des niederen Klanges.

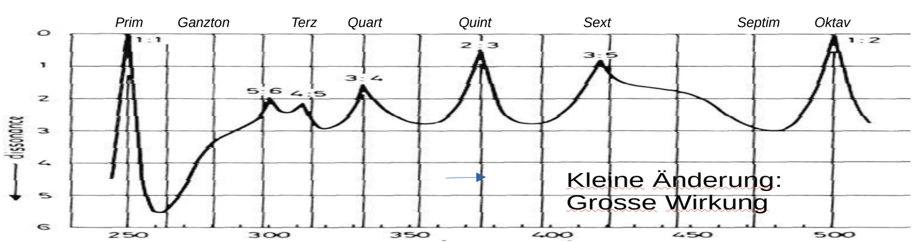



Anregungen auf der Basilarmembran durch Dur Zweiklänge, unterer Klang: blau, oberer Klang: rot. Nahe benachbarte Anregungen ($\star$) führen zu Dissonanz, je näher die Dissonanzen am Grundton sind, desto grösser ist die Dissonanz des Zweiklangs

Daraus lässt sich der Konsonanzgrad eines Akkords von 2 Klängen berechnen. Dies tat Helmholtz und er fand die folgende Kurve, die mit der Betonung von Oktav, Quint, Quart und Terz in der Theorie der Akkorde übereinstimmt.




Dissonanzgrad (nach oben aufgetragen) der einzelnen Intervalle nach Helmholtz (1863)



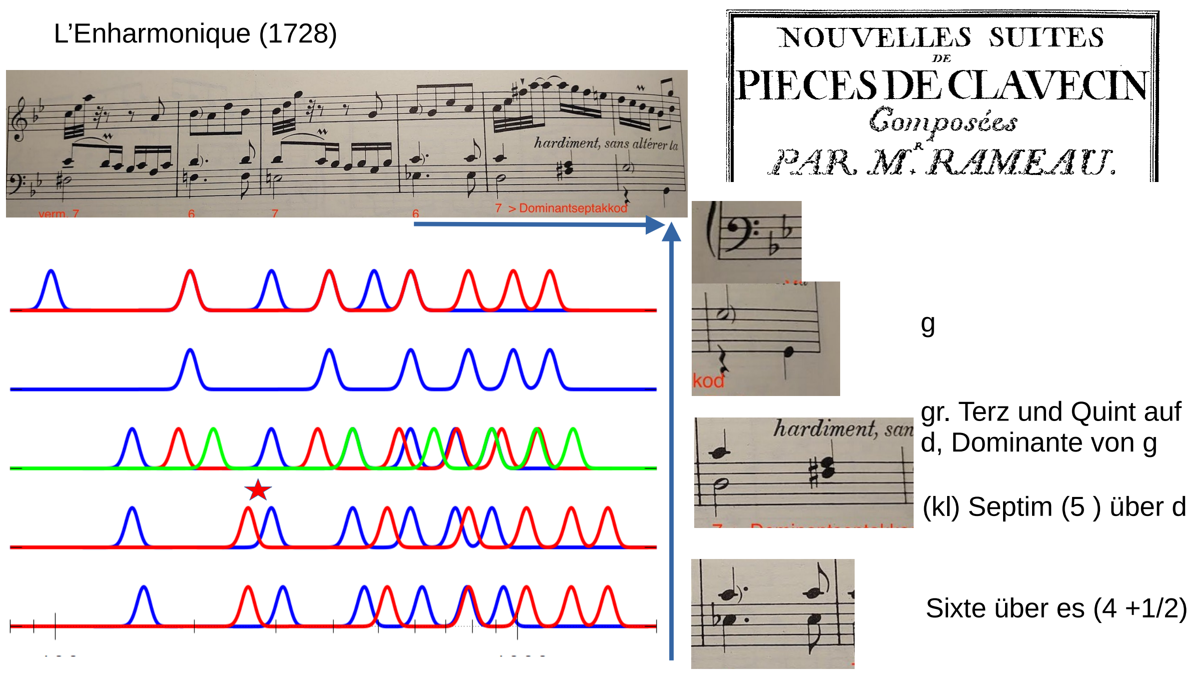

Dissonanzgrad (nach unten aufgetragen) der einzelnen Intervalle nach Plomp und Levelt (1965).

Wie richtig die Grundgedanken von Helmholtz sind, zeigt ein Vergleich seiner Berechnungen des Konsonanz und Dissonanz-Grades mit moderneren Rechnungen, s. oben, die auf der Dynamik der Basilarmembran beruhen.

Helmholtz betont ach, dass Dissonanzen und deren Auflösung ein wichtiges Stilmittel in der polyphonen Musik sind, z.B als Ankündigung beim Wechsel einer Tonart. Eine andere Funktion einer Dissonanz ist ein Überraschungsklang bei besonderen Höhepunkten des Musikstücks oder der Oper.

Die Helmholtzsche Theorie der Tonemfindungen durch Erregung der BM an bestimmten Stellen, die Ortstheorie des Hörens eine plausible **Theorie**. Sie wurde erstmals etwa 100 Jahre später durch Messungen v. Bekesy's betätigt, der dafür 1961 den Nobelpreis erhielt [10] . Er stellte auch fest, dass die Basilarmembran zu Schwingungen an fester Stelle durch eine Wanderwelle der Lymphflüssigkeit angeregt wird. Seine Quelle der Anregung war die Lehre von den Tonepfindungen, wie er in der Nobel-Rede 1961 betont.

**Musikalische Beispiele für Konsonanz und Dissonanz und deren physiologische Darstellung** Zum Abschluss sollen 2 Beispiele aus der Musik gezeigt werden. Das erste aus einer Komposition [11] vom Begründer der modernen Musiktheorie, J P Rameau. Es ist mir bewusst, dass dies eine Vivi-Sektion des Musikstückes ist, es sind nur drei Takte, aber Herr Reichow wird es am Ende des Vortrags vollständig vorspielen.

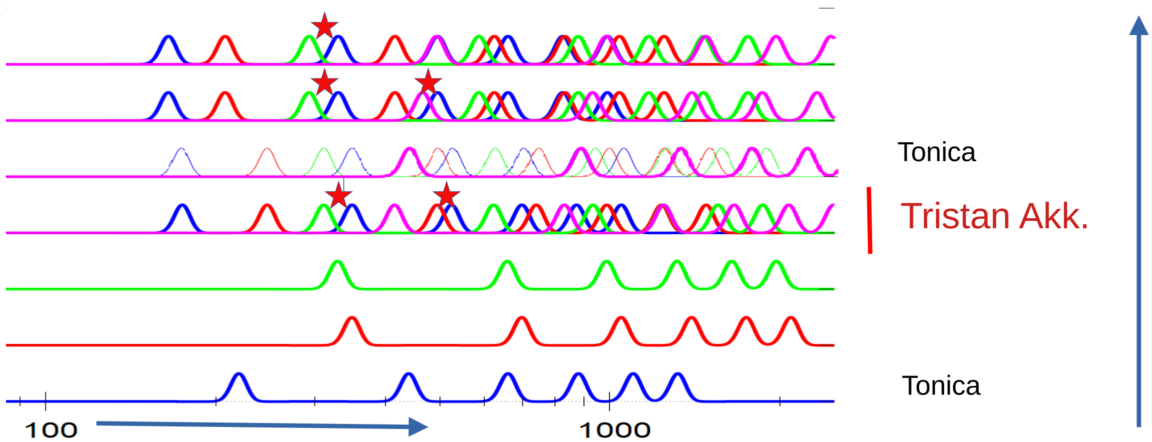



Unser Beispiel beginnt mit einer harmonischen Sixte, geht in eine disharmonischen (kleinen) Septim auf d und wird aufgelöst in den harmonischen Dreiklang auf d, der Dominanten von g und endet schliesslich in der neuen Tonica g.

Es liessen sich hier viele Beispiele bringen, doch ich will nur noch den vielleicht bekanntesten Akkord diskutieren. Natürlich werde ich mich nicht blamieren und die 1001 Deutung versuchen, sondern nur die physiologische Grundlage, d.h. die Positionen auf der BM zeigen.

Helmholtz, der Wagner schätzte hat sich sehr damit beschäftigt, vielleicht spürte er, dass sich hier eine Auflösung der klassischen Musik-Theorie anbahnte.

[10] s. z. B. Georg von Békésy, Experiments n Hearing, Mac-Graw-Hill 1960
[11] L'enharmonique (1728)





Tristan und Isolde,
R. Wagner 1865

Vorspiel, Akt.1; a-moll; Klavierauszug F. Mottl

Hier ist Beginn von Tristan und Isolde im Klavierauszug.Er enthält eine klassische Septim, verstärkt durch weitere Dissonanzen in den Obertönen, geht kurz in die Tonika über um dann genauso dissonant fortzufahren, also zeigt keinerlei evidente Auflösung.

**Kritik an der Helmholtz'schen Interpretation und seine Reaktion** Im Allgemeinen wurde die Lehre von den Tonempfindungen sehr positiv aufgenommen und hat sicher, wie kein Werk seit Rameau und D'Alembert die Diskussion beeinflusst. Aber es gab auch prominente Kritiker, z.B. der Nachfolger von Helmholtz in Heidelberg, der Begründer der experimentellen Psychologie, W. Wundt, der Psychologe C Stumpf und der Physiker und Philosoph E. Mach.

1) Ein Teil der Kritik war eher wissenschaftstheoretisch und wies auf die teilweise hypothetischen Komponenten in dem Helmholtzschen Ansatz hin. Das lässt sich allerdings bei fast jeder wirklich neuen Theorie einwenden, und letztlich ist der Erfolg entscheidend. Die Bestätigung der Grundidee durch Bekesy's Messungen und die Anerkennung, die dieser Helmholtz zollte habe ich bereits erwähnt. Ein weiterer Satz der Nobel-Rede sagt mehr über die Entwicklung der Wissenschaft aus als 100 wissenschaftstheoretische Nörgeleien: *seine Grundidee* ist heute so frisch wie es an dem Tag war, als es geschrieben wurde".

Allerdings muss man sagen: Auf dem Höhepunkt der klassischen Periode in der 2. Hälfte des 19. Jh hatte man nur wenig Grund zu einer Vorsicht, wie wir sie durch die Entwicklung der Physik, hauptsächlich durch die Quantenphysik, gelernt haben. Formulierungen wie "Beweis" des Ohm'schen Gesetzes, wie es in der Lehre von den Tonempfindungen steht, würde man heute wohl nicht mehr so schnell schreiben.

2) Eher die Ästhetik betreffend waren eine andrer Art der Kritik:

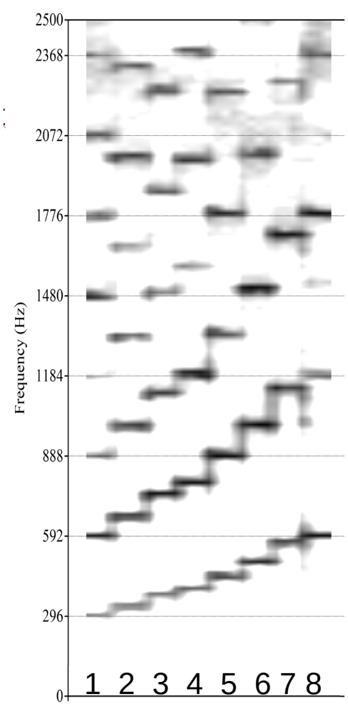
Es wurde Helmholtz vorgeworfen, dass er nur die Hässlichkeit der Akkorde, aber nicht die Schönheit der Musik erkläre [12]. Mach [13] beschreibt die Ausführungen eines Musikologen, der den Ursprung der Musik auf das Brunft-Geheul der Affen zurückführt. Drastisch und witzig fährt er fort:

"…..da er auf dem Helmholtz'schen Standpunkt der Vermeidung von Schwebungen steht und annimmt, dass die am wenigsten unangenehm heulenden Männchen den Vorzug erhalten, so darf man sich vielleicht wundern, warum die klügsten dieser Tiere lieber nicht ganz schwiegen."

Aber abgesehen davon, dass Helmholtz nur den Anspruch erhob die Gesetze der Musik physiologisch zu begründen, und nicht ihren Wohklang, widmet er einen ganzen Abschnitt aus der "Lehre" den Tonverwandschaften, der allerdings weniger odt dikutiert wird. Im Vorwort zur 3. Auflage (1870) schreibt er ausdrücklich:

"Ich halte es für einen Fehler, wenn man die Theorie der Konsonanz zur wesentlichen Grundlage der Musik macht........Die wesentlich Basis der Musik ist die Melodie."

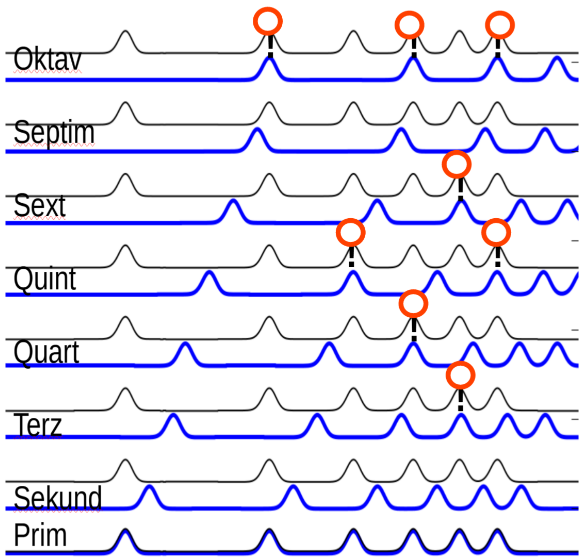
Wir beginnen mit einem Spektrogramm der C-Dur Tonleiter.




Zur Erinnerung: Beim Spectrogramm wird der Grundton und die Obertön eines Klanges dargestellt. In der nebenstehenden Graphik sind die Spektrogramme der einzelnen Töne (eigentlich Klänge) einer C-Dur Tonleiter in der Reihenfolge Prim, Sekund, Terz ... Oktav angegeben. Daraus wird deutlich, dass die harmonischen Intervalle bei den Obertönen auch in der Tonfolge eine Sonderrolle spielen. Wird z. B. die grosse Terz nicht als Akkord abgespielt, sondern als Tonfolge 1-3, so sehen wir dass zwar im Grundton und vielen Obertönen eine Verschiebung stattfindet, aber nicht beim 4. Oberton des ersten (1480 Hz) im Vergleich zum 3. Oberton des 2. Klanges. Beim der Quint-schritt haben der 2. Oberton des ersten (888 Hz) und der 1. Oberton des folgenden Tones die gleiche Frequenz

[12] W. Wundt, Grundzüge der physiologischen Psychologie,1874; E. Mach, Die Analyse der Empfindungen, 1922 p.215,

[13] Mach, Die Analyse der Empfindungen, 1922 p.215

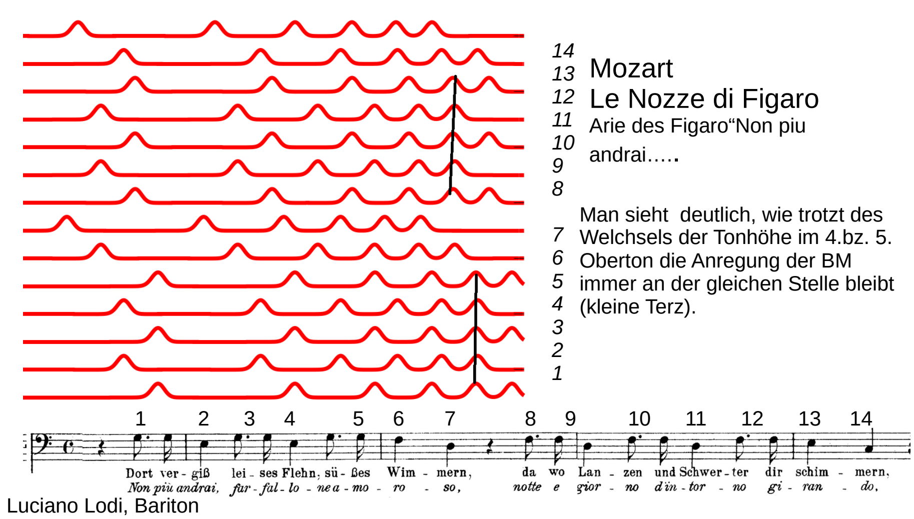



Da den Linien im Spectrogramm feste Frequenzen und damit Anregungen auf der BM an einer bestimmten Stelle entsprechen heisst dies, dass trotz des Wechsels der Tonhöhe eine gewisse Konstanz der Anregungen auf der BM besteht. Dies ist hier hier für alle Tonschritte einer Tonleiter dargestellt und die Stellen, bei denen sich beim Schritt auf der BM nichts ändert, durch einen roten Kreis bezeichnet. Damit ergibt sich eine "Tonverwandschaft" in folgender Reihenfolge: Oktav, dann Quint, dann Quart, Terz und Sexte.

Besonders die Terzfolge erlaubt es, einen deutlichen Wechsel der Tonhöhe mit einem Moment der Ruhe auf der BM zu verbinden.

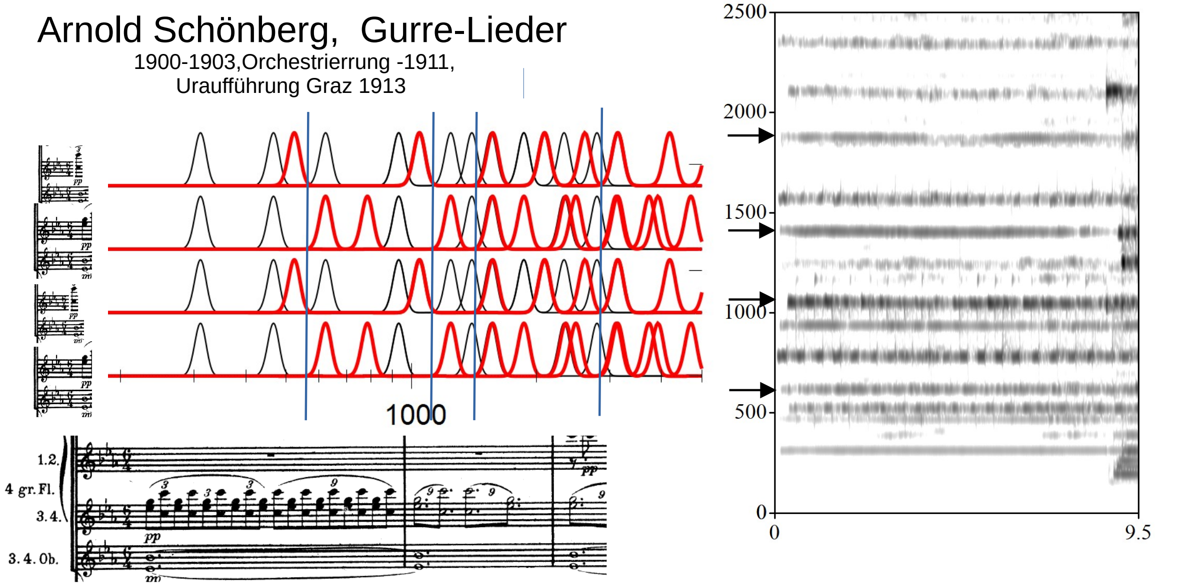
Ich komme [14] nun wieder zu musikalischen Beispielen:

Als erstes die Arie des Figaro *Non piu andrai* Sie ist hier als Solo, gesungen vom Bariton Luciano Lodi.



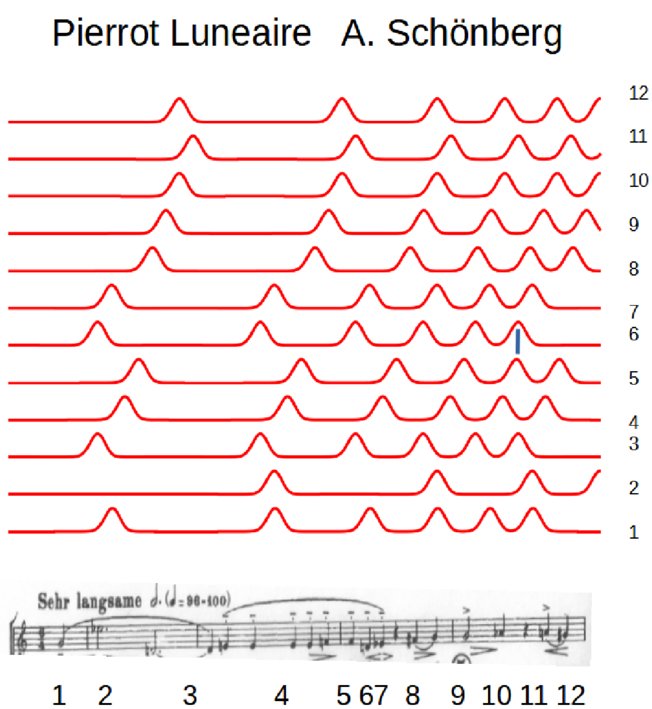

Das nächste Beispiel ist eines der letzten grossen Werke der Spätromantik, die Gurre-Liedern von Schönberg.

[14] Ein möglicher Ansatz zur Behandumg dieses meines Wissens noch wenig untersuchten Aspektes is im Anhang gegeben




*pp* Oboen bei es' b'. Quarten (g''-c''') (2 ½) und Sexten (es'' c''') (4 1/2) führen zu Verstárkung der durchgehenden Anregung bei höheren Frequenzen.

Hier ist zwar eine gewisse Konstanz schon durch die pp konstanten Töne bei es' und b' gegeben, aber in den Obertönen wird diese verstärkt durch die Quint-Schritte es" - c" und die Quart Schritte g" c", wie auch am Spektrogramm deutlich zu sehen.




Im Pierot Luneaire von Arnold Schönberg, entstanden 1912, sind die tonalen Folgen schon aufgelöst und die längeren Fixpunkte auf der BM werden durch lange Noten oder Wiederholungen erzeugt, nicht durch Tonverwandschaften; der einzige typisch tonale Schritt ist unbedeutend und wirkt zufällig.
Hier hören wir die Flöten-Solo Stimme, gespielt von dem Physiker Luca Prechtel.

Die Reaktion des Publikums bei der Uraufführung war, wie zu erwarten: A.Döblin schreibt: Das Konzert von Schönberg .... ist von einigen, der Mehrzahl der Berliner Musikkritiker zu groben Exzessen der Witzlosigkeit benutzt worden. .....Sie fesselt ungemein, diese Musik; es sind Klänge, Bewegungen drin, wie ich sie noch nicht gehört habe.

Salka Viertel: Es gab natürlich auch fanatischen Beifall der jüngeren Zuhörer, aber die Mehrheit des Publikums war empört."

**und weiter....??** Die allerletzten Minuten möchte ich nun noch etwas spekulieren: Wie geht es weiter. Helmholtz hat die beginnende Auflösung der Tonalität bei Wagner sicherlich erkannt und sein Freund und Biograph berichtet, dass er an seinem Flügel intensiv die Partituren von Wagner studierte. Ich möchte daher etwas weiter gehen, und die Beschränkung der Musik auf den Klang im Sinne der periodischen Luftbewegung infrage stellen. Wir kommen dann zum anharmonischen Klang, bei dem die Frequenzen der Sinustöne nicht mehr ganzzahlige Vielfache eines Grundtons sind and die Schwingungen der Luft nicht mehr periodisch und schliesslich zum Geräusch, bei dem es gar keine diskreten Sinustöne mehr gibt: Wir sprechen von einem kontinuierlichen Spektrum.

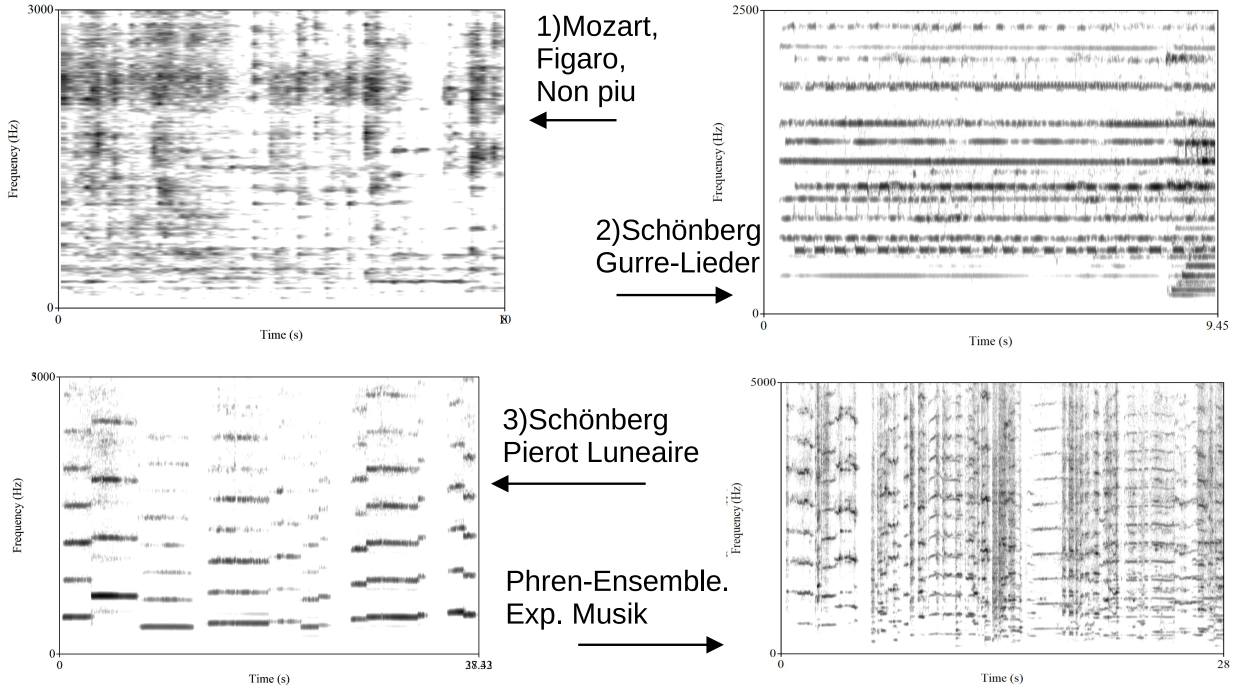
Anharmonische Klänge sind im klassischen Orchester vertreten durch den Gong, Triangel und Pauke, Geräusche durch Trommeln und Rasseln.

Mein verstorbener Freund Michael Kopfermann, Mathematiker und Musikwissenschaftler, sah in der Erweiterung der Musik durch anharmonische Klänge und Geräusche eine Erweiterung der Musik und gründete in den 70er Jahren in München das Phren Ensemble für experimentelle Musik.

Ein Hörbeispiel ist:

Michael Kopfermann und ich waren beide erstaunt, als wir ein Spektrogramm, also die Anregungen auf der Basilarmembran sahen: Von der Struktur her sieht etwa das Spektrogramm aus einem Stück von 1976 garnicht so verschieden etwa vom kranken Mond aus.

Als letzte Folie zeige ich die Spektrogramme von Mozart, Schönberg Gurrelieder, Schönberg der kranke Mond und einem Stück des Phren-Ensemble .



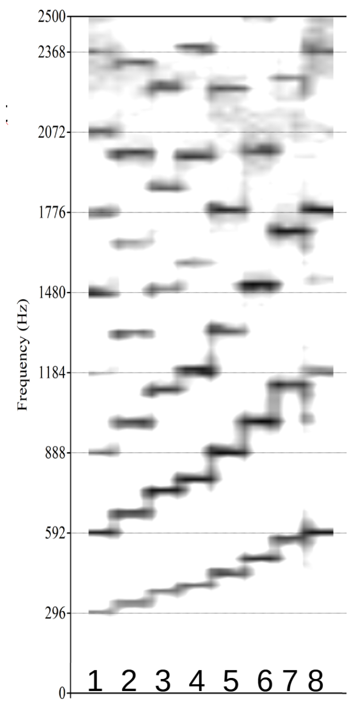

Eines kann man daraus sicherlich lernen: Eine gar nicht so unähnliche Struktur der physiologischen Sinnesempfindung, d.h. Anregungen der BM, führt zu sehr verschiedenen Wahrnehmungen auf der ästhetischen Ebene, dies gilt besonders für die Beispiele 3 (Pierot Luneaire) und 4.(Phren-Ensemble). Damit ergeben sich aber auch viele mögliche Erweiterungen für eine “physiologisch begründete Theorie der Musik”.

**Danksagung** Ich danke Brigitte Lohff, André Rupp und Peter Schneider für viele wertvolle Hinweise und Bemerkungen.

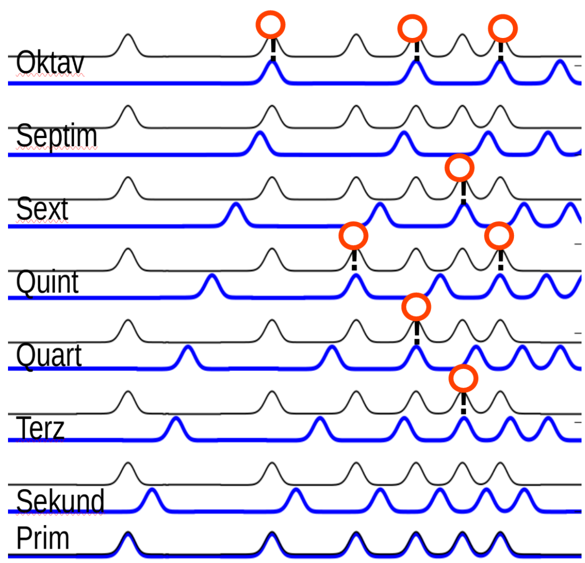
Im nachfolgenden Anhang sind die Überlegungen zur Helmholtz’schen Theorie der Tonverwandschaften noch etwas weiter ausgeführt]Tonverwandschaft und Melodie [15] Ich will daher die letzten Minuten diesem Thema widmen und wieder an einigen Beispielen erläutern.

Wir beginnen mit einem Spektrogramm der C-Dur Tonleiter.

[15] s. auch Anhang




Zur Erinnerung: Beim Spectrogramm wird der Grundton und die Obertön eines Klanges dargestellt. In der nebenstehenden Graphik sind die Spektrogramme der einzelnen Töne (eigentlich Klänge) einer C-Dur Tonleiter in der Reihenfolge Prim, Sekund, Terz ... Oktav angegeben. Daraus wird deutlich, dass die harmonischen Intervalle bei den Obertönen auch in der Tonfolge eine Sonderrolle spielen. Wird z. B. die grosse Terz nicht als Akkord abgespielt, sondern als Tonfolge 1-3, so sehen wir dass zwar im Grundton und vielen Obertönen eine Verschiebung stattfindet, aber nicht beim 4. Oberton des ersten (1480 Hz) im Vergleich zum 3. Oberton des 2. Klanges. Beim der Quint-schritt haben der 2. Oberton des ersten (888 Hz) und der 1. Oberton des folgenden Tones die gleiche Frequenz



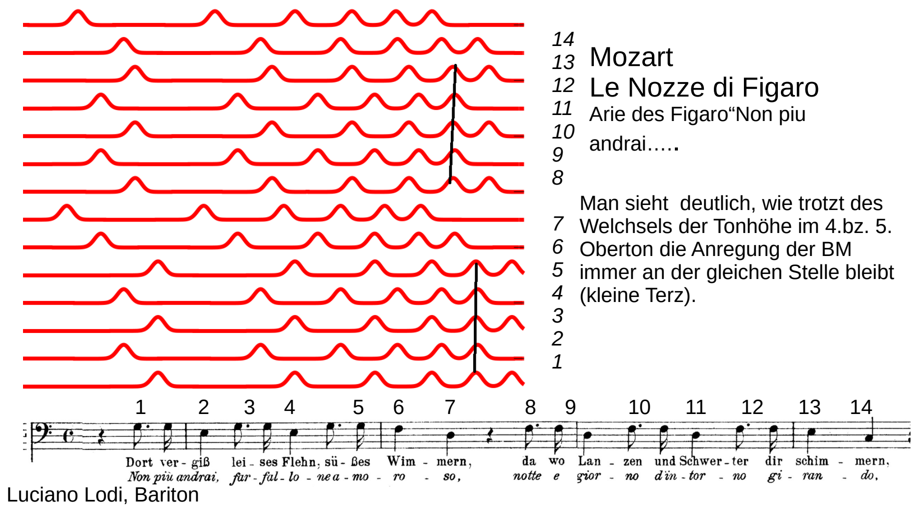

Da den Linien im Spectrogramm feste Frequenzen und damit Anregungen auf der BM an einer bestimmten Stelle entsprechen heisst dies, dass trotz des Wechsels der Tonhöhe eine gewisse Konstanz der Anregungen auf der BM besteht. Dies ist hier hier für alle Tonschritte einer Tonleiter dargestellt und die Stellen, bei denen sich beim Schritt auf der BM nichts ändert, durch einen roten Kreis bezeichnet. Damit ergibt sich eine “Tonverwandschaft” in folgender Reihenfolge: Oktav, dann Quint, dann Quart, Terz und Sexte.

Besonders die Terzfolge erlaubt es, einen deutlichen Wechsel der Tonhöhe mit einem Moment der Ruhe auf der BM zu verbinden.

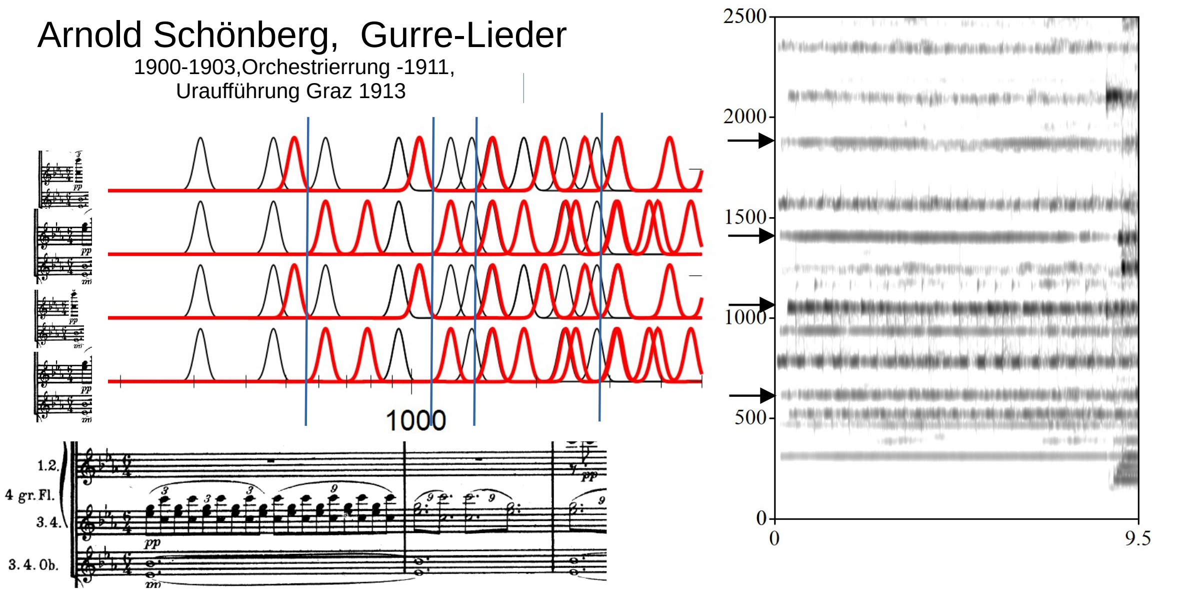
Ich komme [16] nun wieder zu musikalischen Beispielen:

Als erstes die Arie des Figaro *Non piu andrai* Sie ist hier als Solo, gesungen vom Bariton Luciano Lodi.

[16]Ein möglicher Ansatz zur Behandumg dieses meines Wissens noch wenig untersuchten Aspektes is im Anhang gegeben

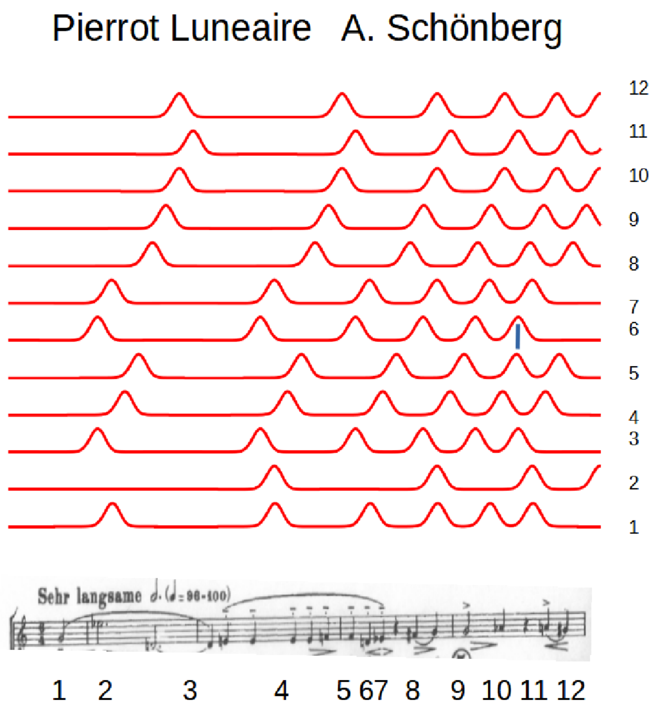



Das nächste Beispiel ist eines der letzten grossen Werke der Spätromantik, die Gurre-Liedern von Schönberg.




*pp* Oboen bei es’ b’. Quarten (g”-c’”) (2 ½) und Sexten (es” c’”) (4 1/2) führen zu Verstärkung der durchgehenden Anregung bei höheren Frequenzen.

Hier ist zwar eine gewisse Konstanz schon durch die pp konstanten Töne bei es’ und b’ gegeben, aber in den Obertönen wird diese verstärkt durch die Quint-Schritte es” - c” und die Quart Schritte g” c”, wie auch am Spektrogramm deutlich zu sehen.




Im Pierot Luneaire von Arnold Schönberg, entstanden 1912, sind die tonalen Folgen schon aufgelöst und die längeren Fixpunkte auf der BM werden durch lange Noten oder Wiederholungen erzeugt, nicht durch Tonverwandschaften; der einzige typisch tonale Schritt ist unbedeutend und wirkt zufällig.
Hier hören wir die Flöten-Solo Stimme, gespielt von dem Physiker Luca Prechtel.

Die Reaktion des Publikums bei der Uraufführung war, wie zu erwarten: A.Döblin schreibt: Das Konzert von Schönberg .... ist von einigen, der Mehrzahl der Berliner Musikkritiker zu groben Exzessen der Witzlosigkeit benutzt worden. .....Sie fesselt ungemein, diese Musik; es sind Klänge, Bewegungen drin, wie ich sie noch nicht gehört habe.

Salka Viertel: Es gab natürlich auch fanatischen Beifall der jüngeren Zuhörer, aber die Mehrheit des Publikums war empört."

**und weiter....??** Die allerletzten Minuten möchte ich nun noch etwas spekulieren: Wie geht es weiter. Helmholtz hat die beginnende Auflösung der Tonalität bei Wagner sicherlich erkannt und sein Freund und Biograph berichtet, dass er an seinem Flügel intensiv die Partituren von Wagner studierte. Ich möchte daher etwas weiter gehen, und die Beschränkung der Musik auf den Klang im Sinne der periodischen Luftbewegung infrage stellen. Wir kommen dann zum anharmonischen Klang, bei dem die Frequenzen der Sinustöne nicht mehr ganzzahlige Vielfache eines Grundtons sind and die Schwingungen der Luft nicht mehr periodisch und schliesslich zum Geräusch, bei dem es gar keine diskreten Sinustöne mehr gibt: Wir sprechen von einem kontinuierlichen Spektrum.

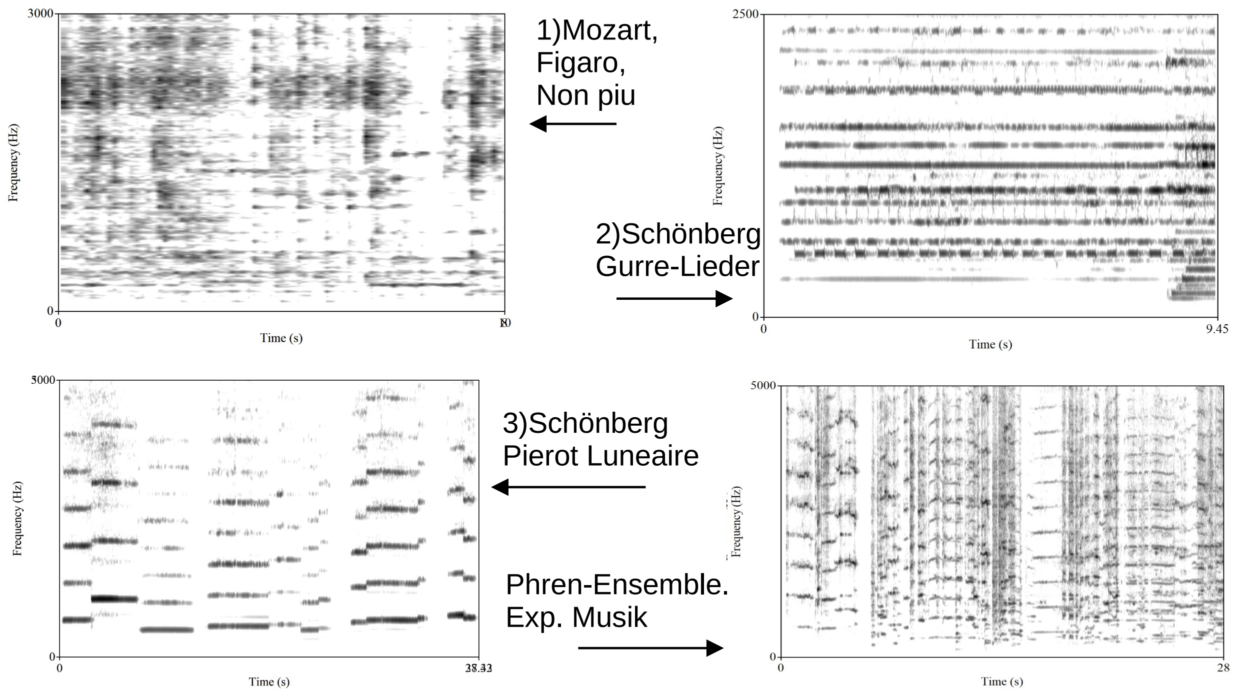
Anharmonische Klänge sind im klassischen Orchester vertreten durch den Gong, Triangel und Pauke, Geräusche durch Trommeln und Rasseln.

Mein verstorbener Freund Michael Kopfermann, Mathematiker und Musikwissenschaftler, sah in der Erweiterung der Musik durch anharmonische Klänge und Geräusche eine Erweiterung der Musik und gründete in den 70er Jahren in München das Phren Ensemble für experimentelle Musik.

Ein Hörbeispiel ist:

Michael Kopfermann und ich waren beide erstaunt, als wir ein Spektrogramm, also die Anregungen auf der Basilarmembran sahen: Von der Struktur her sieht etwa das Spektrogramm aus einem Stück von 1976 garnicht so verschieden etwa vom kranken Mond aus.

Als letzte Folie zeige ich die Spektrogramme von Mozart, Schönberg Gurrelieder, Schönberg der kranke Mond und einem Stück des Phren-Ensemble .

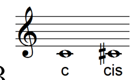



Eines kann man daraus sicherlich lernen: Eine gar nicht so unähnliche Struktur der physiologischen Sinnesempfindung, d.h. Anregungen der BM, führt zu sehr verschiedenen Wahrnehmungen auf der ästhetischen Ebene, dies gilt besonders für die Beispiele 3 (Pierot Luneaire) und 4.(Phren-Ensemble). Damit ergeben sich aber auch viele mögliche Erweiterungen für eine “physiologisch begründete Theorie der Musik”.

**Danksagung** Ich danke Brigitte Lohff, André Rupp und Peter Schneider für viele wertvolle Hinweise und Bemerkungen.

Im nachfolgenden Anhang sind die Überlegungen zur Helmholtz’schen Theorie der Tonverwandschaften noch etwas weiter ausgeführt

# Tonverwandschaft nach Helmholtz

Wie Helmholtz ausführlich im Abschnitt XIV der "Tonempfindungen (4. Auflage) schreibt, lässt sich auch eine physiologische Begründung der Tonalität in der homophonen Musik geben. Diese beruht darauf, dass auch bei einem Wechsel der Tonhöhe innerhalb einer Tonleiter durchaus gleich Stellen auf der Basilarmembran angeregt werden können. In Abb. 1 ist nochmals sehr symbolisch die Anregung der Basilarmembran (BM) für die verschiedenen Tonschritte bis zu einer Oktav dargestellt, die Anregung des ersten Tones blau, die des folgenden rot, gemessen sind die Tonschritte in der Zahl der chromatischen Halbtönen mit dem Frequenzverhältnis $2^{1/12} \approx 1.0595$: z.B. 

.
Wie aus der Abb. deutlich zu sehen, ist die grösste Übereinstimmung auf der BM bei der Oktav (12 Halbtöne): nämlich beim 2. und 1. , 4. und 2. und beim 6. und 3. Partialton.

Bei der Quint (7 Halbtöne) ist Übereinstimmung beim 3. und 2. sowie beim 6. und 4. Partialton; Bei Sext, Quart, gr. und kl. Terz jeweils bei einem Partialton, nämlich dem 4. und 3., dem 5. und 4. bzw. 6. und 5. Partialton.

Bei verminderter Septim, verminderter Sext, verminderter Quint (Tritonus) sowie gr. und kl. Sekund gibt es keine Übereinstimmungen unterhalb des 6. Partialton.

Daraus folgt auch eine physiologische Begründung der Tonverwandschaft bei homopho-

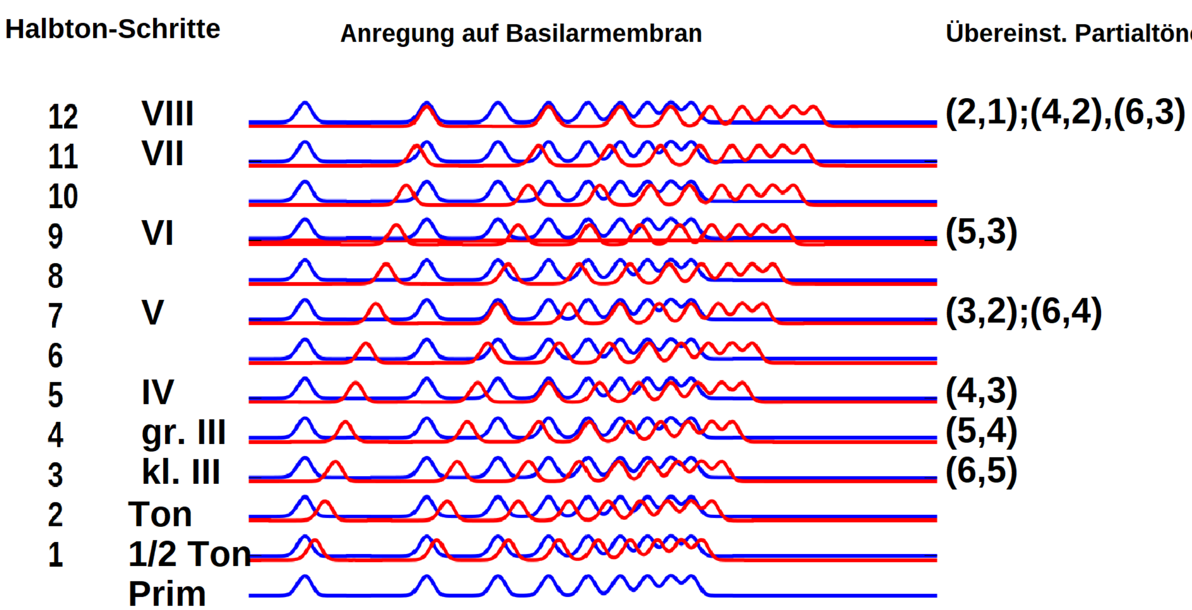
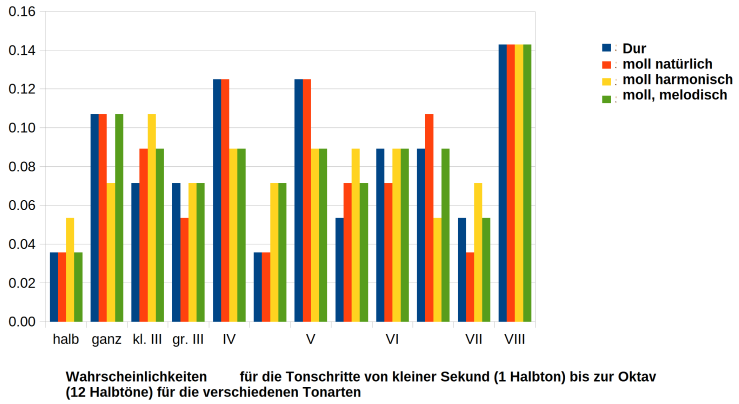



Abbildung 1: Schematische Darstellung der Anregungen auf der Basilarmembran von zwei nacheianderflogenden Tönen, vom ersten, dem tieferen in blau, zum zweiten in rot.

ner Musik eine Reihung, je nachdem wieviele übereistimmende Stellen auf der BM es gibt und wie nahe diese beim Grundton sind:
1. Oktav, 2. Quint, 3. Quart, 4. grosse Terz und 5. kleine Terz .



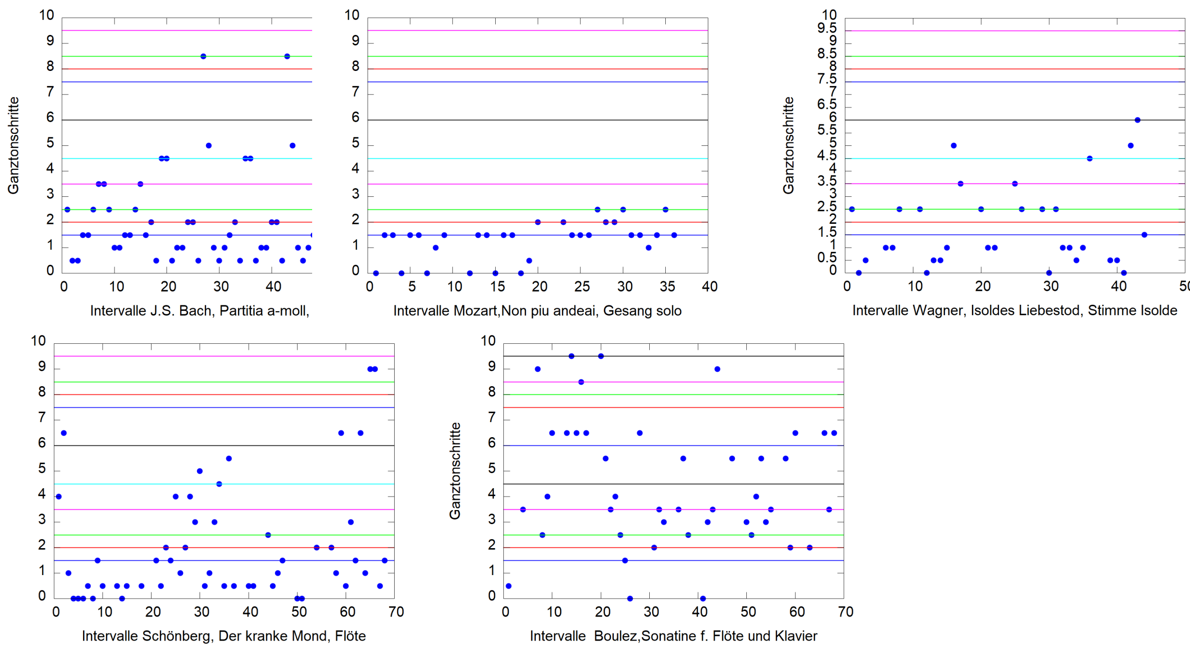




Abbildung 2: oben, links: Wahrscheinlickeiten für das Auftretn von Tonschritten beim zufälligen Anschlag zweier Tasten innerhalb einer Tonleiter. Werden 2 Tasten auf einer Dur-Tonleiter nacheinander angeschlagen so ist das Interwall mit der Wahrscheinlichkeit $1/7 \times 6/8 \approx 0.107$ ein Ganzton und mit $1/7/ \times 2/8 \approx 0.036$ ein Halbton. In atonaler Musik sind die Wahrscheinlichkeiten für alle 12 Halbtonschriite gleich: $1/11 \times 1/12 \approx 0.0076$
Die folgenden Figuren sind die Ganztonschritte der ersten Takte der Solo-stimmen von 5 Stüecken von J.S. Bach bis P. Boulez.

.

In Abb. 2 ist oben die Wahrscheinlichkeitsverteilung für das Auftretn von Tonschritten beim zufälligen Anschlag zweier Tasten innerhalb einer Tonleiter für die Dur und verschiedenen moll-Tonleitern dargestellt. Bei Dur sind die klassischen Harmonienen Oktav, Quint und Quart auch als Tonfolgen bevorzugt, bei moll ist die Lage etwas komplexer.

Die Tonschritte der ersten Takte der Solo-stimmen von 5 Stücken von J.S. Bach bis P. Boulez sind untersucht worden. In Abb. 3 sind die Häufigkeiten der Intervalle von 1 bis 12 Halbtonschritten aufgeschlüsselt nach den Komponisten angegeben. Die entsprechenden Noten sind in am Ende angegeben.

Es ist klar dass diese Analyse sehr kurzer Passagen nur Hinweise geben kann, doch scheinen 2 Punkte zumindest bemerkenswert:

1) Bei der Allemande von Bach und der Arie von Mozart ist die Häufigkeit der Terz-Folgen markant verschieden: Bei Mozart überwiegen sehr stark die kleinenTerzen (1 1/2 Töne, 6:5, typisch Moll), bei Bach sind die normalen Terzen (2 Ganztöne, Verhältnis 4:5) etwas stärker vertreten als die kleinen, obwohl auch die Partita in der moll-Tonart steht.

Bei Wagner Isoldes Liebestod, formal As-Dur oder f-moll (?) tritt in den ersten 13 Takten nur einmal eine Terz auf, eine kleine, in diesem Sinne ist der Liebestod schon “atonal”. Bei Schönberg, Pierot Luneaire und bei Boulez sind die Schritte generell stärker verteilt, wie in atonaler Musik zu erwarten.

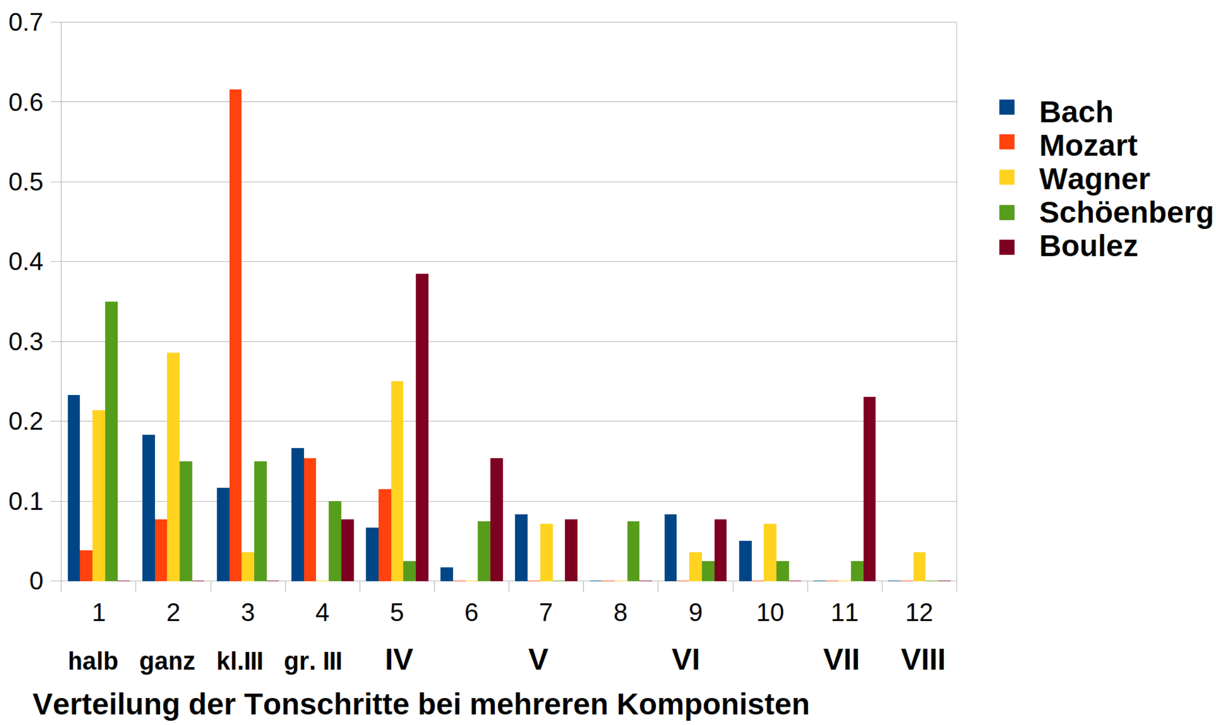
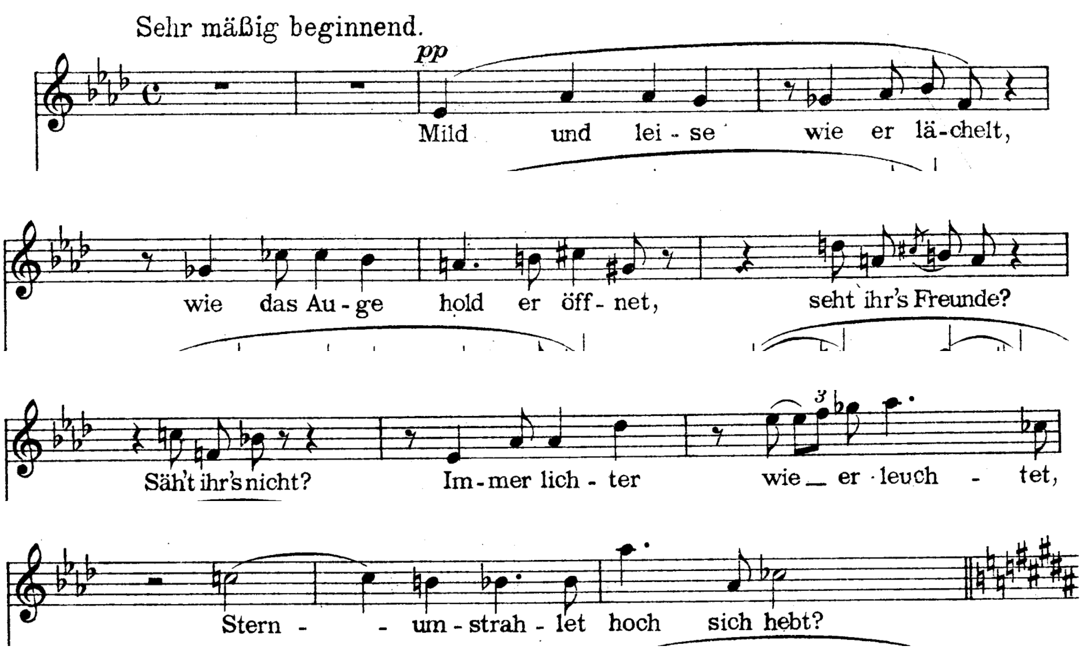



Abbildung 3: Zahl der Tonschritte, aufgeschlüsselt nach Komponisten

J.S. Bach:  Partita a-moll, Flöte solo. BWV 1013


W.A. Mozart Arie des Figaro, Le Nozze de Figaro, KV 492


R. Wagner  Isoldes Liebestod, Tristan und Isolde



A. Schönberg, Pierot Luneaire, 7) Der kranke Mond, für Flöte und Sprechgesang


P. Boulez  Sonatine für Flöte und Klavier