

9. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK II (ELEKTRODYNAMIK)

Abgabe der Lösungen: in den Übungen am 27.6.07

Aufgabe 1: Welle aus Potential

(1+1+2 Punkte)

Ein Potential sei in Lorentzzeichnung gegeben durch

$$\phi(\vec{x}, t) = 0, \quad \vec{A}(\vec{x}, t) = f(z - ct)\vec{e}_z,$$

mit einer beliebigen reellen Funktion f und einem beliebigen Einheitsvektor \vec{e} .

- a) Zeigen Sie, dass das Vektorpotential die Wellengleichung löst.
- b) Was liefert die Lorentz-Eichbedingung?
- c) Berechnen Sie \vec{E} und \vec{B} .

Aufgabe 2: Energie- und Impulssatz für ebene Wellen (1+3+2+1 Punkte)

Eine ebene Welle im Vakuum sei gegeben durch

$$\vec{E}_1(\vec{x}, t) = A \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{x} - \omega t) \vec{e}_x, \quad \vec{k}_1 = k\vec{e}_z$$

mit konstanter Amplitude A .

- a) Geben Sie das zugehörige \vec{B} -Feld an.
- b) Berechnen Sie die Energiedichte u , den Poyntingvektor \vec{S} , die Impulsdichte \vec{j}_S und den Maxwell'schen Spannungstensor T_{ik} .
- c) Überprüfen Sie die Gültigkeit von Energie- und Impulssatz,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{S}, \quad \frac{\partial j_{S,k}}{\partial t} = \partial_i T_{ik}.$$

- d) Berechnen Sie den zeitlichen Mittelwert von Energie- und Impulsdichte.

Aufgabe 3: stehende Welle

(3+2 Punkte)

Der Welle aus Aufgabe 2 werde eine zweite Welle mit

$$\vec{E}_2(\vec{x}, t) = A \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{x} - \omega t) \vec{e}_x, \quad \vec{k}_2 = -k\vec{e}_z$$

überlagert.

- a) Zeigen Sie, dass die Überlagerung zu einer stehenden Welle führt, und dass die Wellenbäuche von \vec{E} und \vec{B} relativ zueinander verschoben sind.
- b) Zeigen Sie, dass Energie- und Impulsdichte gleich der Summe der Energie- und Impulsdichten der beiden überlagerten Wellen ist.

Aufgabe 4: Eichtransformationen

(2+1+1 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass das Potential

$$\phi = \phi(t), \quad \vec{A} = (A_1(x), A_2(y), A_3(z))$$

zu verschwindendem \vec{E} - und \vec{B} -Feld führt. Geben Sie eine Eichtransformation an, die ϕ und \vec{A} annihiliert.

- b) Ein Potential $\phi(\vec{x}, t)$, $\vec{A}(\vec{x}, t)$ sei in Coulomb-Eichung angegeben. Welche Eichtransformationen können Sie noch ausführen, so dass sich ϕ und \vec{A} auch danach in Coulomb-Eichung befinden.
- c) Ein Potential $\phi(\vec{x}, t)$, $\vec{A}(\vec{x}, t)$ sei in Lorentz-Eichung angegeben. Welche Eichtransformationen können Sie noch ausführen, so dass sich ϕ und \vec{A} auch danach in Lorentz-Eichung befinden.